

FERNANDA CUSTÓDIO PEREIRA DO CARMO

**SIMULAÇÃO NUMERICA DO IMPACTO
DE UMA ESFERA DE AÇO EM PLACA
FINA DE ALUMÍNIO**

SÃO PAULO

2006

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO IMPACTO DE UMA ESFERA DE AÇO
EM PLACA FINA DE ALUMÍNIO**

Trabalho de formatura apresentado à

Escola Politécnica da Universidade

de São Paulo para a obtenção do

título de Graduação em Engenharia

Fernanda Custódio Pereira do Carmo

Orientadora: Larissa Driemeier

São Paulo

2006

FICHA CATALOGRÁFICA

Carmo, Fernanda Custodio Pereira do
Simulação numérica do impacto de um esfera de aço em
placas finas de alumínio / F.C.P. do Carmo. -- São Paulo, 2007.
50 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.Plasticidade das estruturas 2.Imperfeições e falhas dos

Resumo

Este projeto visa estudar o limite de perfuração de placas de alumínio, através de projéteis esféricos rígidos. Para tanto, será adotada uma abordagem numérica, através do programa comercial de elementos finitos LS-Dyna. Para o alumínio, serão utilizados o modelo de dano de Lemaitre e o modelo de Johnson-cook Simplificado. A comparação entre resultados numéricos e experimentais será feita com o intuito de validar as análises feitas.

PALAVRAS-CHAVE: *limite balístico, impacto, dano, plasticidade, falha.*

Agradecimentos

Agradeço a Deus pelo suporte emocional dado ao longo deste ano. Agradeço à minha querida família que sempre esteve ao meu lado, apoiando-me. Agradeço à minha orientadora Larissa Driemeier por todo conhecimento passado, ela tornou este projeto possível. Agradeço ao doutorando Giancarlo Barbosa por desvendar os meus erros tão obscuros e a todo grupo GMSIE por toda ajuda e dados fornecidos.

Sumário

| | | |
|-----|---|----|
| 1. | Introdução | 1 |
| 2. | Comportamento não linear e estudo da plasticidade | 5 |
| 2.1 | Considerações gerais | 5 |
| 2.2 | Função de escoamento e critério de escoamento | 8 |
| 2.3 | Mecânica do Dano | 10 |
| 3. | Leis constitutivas e critérios de falhas | 13 |
| 3.1 | Tensão de escoamento | 13 |
| 3.2 | Tensão equivalente | 14 |
| 3.3 | Critérios de falha | 16 |
| 4. | Resultados experimentais | 19 |
| 5. | Simulação Numérica | 22 |
| 5.1 | Calibração dos parâmetros | 22 |
| 5.2 | Geração de malhas | 26 |
| 5.3 | Simulação do impacto | 33 |
| 6. | Comparação: Numérico x Experimental | 37 |
| 7. | Conclusões | 39 |
| 8. | Anexos | 40 |
| 9. | Referências Bibliográficas | 43 |

1. Introdução

Estudo de limite balístico é um processo complexo que é estudado há mais de 200 anos. Hoje em dia, diversos artigos são publicados com modelos analíticos, experimentais e numéricos, freqüentemente comparando resultados.

Apesar de amplamente estudada para fins militares, a análise balística é também um importante aspecto de segurança. Por exemplo, o impacto de projéteis, tanto rígidos quanto macios, na estrutura de aeronaves tem sido objeto de grande preocupação para as empresas aéreas em geral. Estes projéteis podem causar grande dano ao avião mesmo sendo pequenos fragmentos do asfalto, pássaros encontrados durante o vôo ou pedaços de borracha dos pneus do próprio avião. Os danos causados por estes impactos podem ser de grandes dimensões em termos econômicos, estruturais e de segurança humana.

Um dos casos mais famosos de acidentes envolvendo impacto de pequenos objetos com conseqüências mortais foi o do Concorde, ocorrido em 25 de julho de 2000, com 113 mortes. O relatório de órgão do governo francês [1] indicou que o acidente foi causado devido a pedaços do pneu do Concorde, que foi danificado por uma peça metálica de outra aeronave que se encontrava na pista quando o Concorde estava decolando. Os pedaços de borracha ganharam altíssima velocidade, impulsionados pelo próprio pneu do Concorde, e foram lançados contra a estrutura da aeronave danificando a asa e a turbina esquerda, que falhou no momento da decolagem. Em conseqüência, a aeronave perdeu sustentação após voar algumas centenas de metros. Na literatura atual, encontram-se artigos sobre o impacto de borracha em placas de alumínio, que procuram mimetizar o que ocorreu com o Concorde [Dora1, Dora2].

Em seu artigo de 1983 Liss et al. [2] desenvolvem um programa experimental para medir parâmetros relevantes no impacto de um cilindro, rígido e deformável em um alvo de alumínio. Foram feitos testes com velocidades logo abaixo e bem acima do limite balístico. Para atingir velocidades que variam entre 60 e 600 m/s foram utilizados, naquela época, dois dispositivos de propulsão: um “*gas gun*” com nitrogênio comprimido que alcançava até 190 m/s e arma de fogo que, com o mesmo projétil pode atingia até 900 m/s. Dados obtidos destes testes foram comparados com teorias já desenvolvidas na época.

Já em 1998, Borvik et al. [3] estudara o impacto de um projétil cilíndrico em um alvo de aço 12 mm de espessura. Para realizar seus testes experimentais eles utilizaram um “*gas gun*” que tinha o gás hélio como propelente e, neste aparato, eles conseguiam atingir até 1000 m/s. Para calcular as velocidades do projétil e do material cilíndrico desprendido do alvo, utilizaram câmeras digitais de alta velocidade. Neste artigo eles chegam a um resultado importante: a deformação na direção axial é maior no limite balístico e diminui com o aumento velocidade.

Os experimentos são dispendiosos, tanto no aspecto econômico quanto no aspecto de tempo. Porém, o avanço da tecnologia ocorre tanto no que se refere ao aparato para testes experimentais, permitindo o conhecimento mais profundo do material, quanto no que se refere à potência de computadores, tornando possível a simulação numérica de problemas reais. Atualmente, portanto, projetos devem minimizar o número de ensaios experimentais, através da simulação numérica do problema. Dessa forma, podem-se racionalizar os investimentos, direcionando poucos testes experimentais, em situações reais.

Atualmente os modelos de material são muito realistas, capazes de mimetizar seu comportamento desde o regime elástico até a ruptura, que ocorre, geralmente, a grandes deformações e com mudanças significativas na temperatura, rigidez e resistência. Porém, todos os modelos possuem restrições, e necessitam de parâmetros específicos.

Para fazer uma análise numérica confiável, portanto, é preciso conhecer bem o material utilizado, as limitações dos softwares e dos modelos para o problema a ser solucionado e os critérios de falhas existentes. Um dos primeiros artigos que abordam a modelagem numérica foi publicado em 1987 por Anderson e al. [6], neste artigo ele explica como tratar a análise numérica e a importância do critério de falha utilizado.

Em Borvik et al [4] realizam estudos numéricos e experimentais da perfuração de painéis em forma de três triângulos de 6 mm de espessura. Para analisar o material foram feitos vários testes. Curvas de tensão-deformação para a liga de alumínio AA6050-T6 (material utilizado) foram levantadas em três direções diferentes, extrusão a 0, 45 e 90 graus. Com isso, os autores puderam concluir que a anisotropia é moderada, então o material foi modelado, em seu trabalho como isotrópico. Testes de temperatura foram realizados com a barra Hopkinson e foi constatado, como previsto, que a tensão de escoamento diminui e a ductilidade aumenta com a temperatura. Logo, a temperatura não deve ser negligenciada. Somente depois de realizados estes testes que Borvik et al escolheram o modelo de Johnson-Cook modificado como relação constitutiva, pois este modelo leva em consideração a deformação plástica, a taxa de deformação e a temperatura. Como critério de falha foi escolhido o de Johnson-Cook que é baseado na acumulação do dano. O software comercial utilizado foi o LS-DYNA, amplamente utilizado em análise de impactos

e obtiveram resultados muito satisfatórios quando comparados com resultados experimentais.

Em outro artigo, Borvik e al. [5] realizam simulação numérica de uma penetração balística com falha “plugging” e comparam seus resultados com os obtidos experimentalmente em [3]. Neste trabalho eles usam vários modelos constitutivos baseado em Johnson e Cook [15, 16], Camacho e Ortiz [7] e o modelo de dano Lemaitre que leva em consideração o encruamento isotrópico, termoelasticidade linear e evolução do dano acoplada ao modelo. Como critério de falha é usado o modelo de dano de Lemaitre. Utilizaram o software LS-DYNA com um algoritmo de integração de Euler (Berstad e al. 1994) e obtiveram resultados satisfatórios quando a velocidade se encontra bem superior ao limite balístico, quando próxima dele, a diferença entre os resultados experimental e o numérico aumentam. Outro aspecto enfatizado na conclusão é que a taxa de deformação e a temperatura são parâmetros fundamentais sem os quais erros consideráveis poderiam aparecer.

A abordagem tratada no trabalho de Anderson e al. [6] é bem diferente da tratada pelo grupo norueguês de Borvik et al. Eles enfatizam que é importante saber o modo de falha, isto é, do tipo erosão, *spalling*, ou em forma de pétalas, *plugging* antes de se escolher se o tipo de análise (Euleriana ou Lagrangiana) e qual critério de falha a ser utilizado. Segundo eles, a escolha errada pode causar erros principalmente na deformação plástica.

A análise balística é complexa, e depende de uma gama de variáveis, dentre elas, material, forma e dimensões do alvo e do projétil, ângulo de impacto, etc... O trabalho proposto tem por objetivo simular numericamente o impacto, a 90^0 , de esferas, rígida e macia, em placas de alumínio.

Inicialmente, o alvo deverá ser modelado com modelo de Johnson-Cook Simplificado e com o critério de falha da máxima deformação plástica, e posteriormente, com o modelo de dano de Lemaitre para materiais dúcteis utilizando-se como critério de falha um valor de dano crítico. A esfera será modelada como material rígido.

A validação da simulação será feita através da comparação com resultados experimentais obtidos na literatura e pelo grupo GMSIE¹.

A motivação do trabalho é encontrar um modelo adequado ao material e reduzir custos com ensaios experimentais através de simulações numéricas.

2. Comportamento não-linear e estudo da plasticidade

2.1 Considerações gerais

A Figura 1 mostra um diagrama esquemático da curva tensão x deformação característica do ensaio de tração uniaxial de um metal dúctil. A tensão axial $\sigma = F/A$ é plotada em função da deformação axial de engenharia $\epsilon = \Delta L/L$. Na figura, a barra está sujeita a uma tensão axial que varia de σ_0 até um valor pré-definido σ_0 . Retira-se então toda a tensão aplicada na barra e posteriormente aplica-se novamente uma tensão axial σ_1 mais alta que σ_0 .

¹ Grupo de Mecânica dos Sólidos e Impacto em Estruturas do Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos da Escola Politécnica-USP.

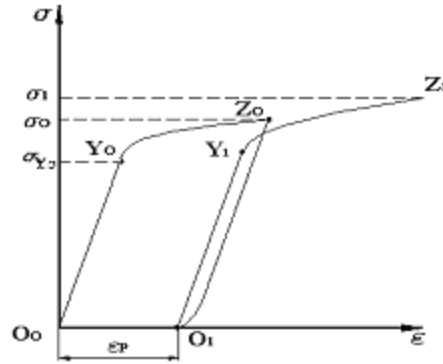
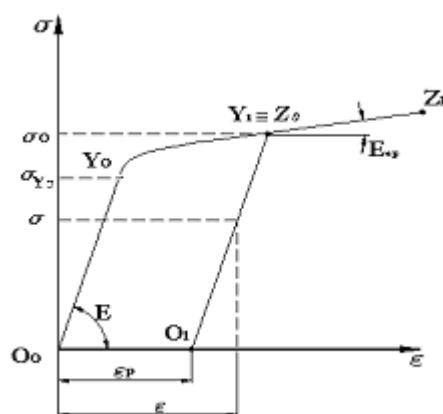


Figura 1: Curva tensão x deformação uniaxial de um metal dúctil

A curva tensão-deformação segue o caminho $O_0Y_0Z_0O_1Y_1Z_1$. Neste caminho o segmento de reta O_0Y_0 é reto e, se retirarmos a tensão aplicada na barra antes do limite Y_0 , a barra retorna para o seu estado inicial O_0 . Portanto, no segmento O_0Y_0 o comportamento da material é **Linear e Elástico**. A tensão referente ao ponto Y_0 é chamada tensão de escoamento. Ultrapassando o ponto Y_0 (limite de escoamento), a inclinação da curva tensão-deformação muda drasticamente e se a tensão ou deformação foram retirados, em um ponto Z_0 , a barra retorna para estado sem tensão pelo caminho Z_0O_1 . Este novo estado, O_1 , difere do estado original O_0 , numa **mudança permanente** na forma da barra. Esta mudança de forma é representada no gráfico pela **deformação axial permanente** ou **plástica**, ε^p .

Uma propriedade importante no ensaio de tração uniaxial é que se o material é carregado além de Y_0 , temos então a evolução de deformações plásticas do limite de escoamento. Na Figura 1, inicialmente vale σ_{Y_0} , depois $\sigma_0 > \sigma_{Y_0}$ e, finalmente $\sigma_1 > \sigma_0$. Este fenômeno é chamado de Encruamento.

Como aproximação, a diferença entre as curvas de descarregamento e carregamento é ignorada (segmentos $\mathbf{Z}_0\mathbf{O}_I$ e $\mathbf{O}_I\mathbf{Y}_I$ da Figura 1), e os pontos \mathbf{Z}_0 e \mathbf{Y}_I são considerados coincidentes. Durante o escoamento plástico a curva tensão deformação sempre segue o caminho definido por $\mathbf{O}_0\mathbf{Y}_0\mathbf{Y}_I\mathbf{Z}_I$.



Sob as considerações acima, quando a barra é carregada até um nível de tensão σ_o , o seu comportamento entre os estados O_I e Y_I é considerado Linear Elástico, com uma deformação plástica constante ϵ^p , e limite de escoamento igual a σ_o . Portanto, dentro do segmento $O_I Y_I$, a tensão uniaxial correspondente à deformação total ϵ é dada por:

(1)

onde E é o módulo de elasticidade do material da barra (módulo de Young) e ϵ^e deformação elástica.

2.2. Função de Escoamento e Critério de Escoamento

A existência de um domínio elástico delimitado por uma tensão de escoamento foi definida anteriormente. Com a introdução da função de escoamento, Φ , de forma:

$$\Phi(\sigma, \sigma_y) = |\sigma| - \sigma_y \quad (2)$$

o domínio elástico em um estado com tensão de escoamento uniaxial σ_y pode ser definido em um modelo de plasticidade unidimensional:

$$E = \left\{ \sigma \mid \Phi(\sigma, \sigma_y) < 0 \right\} \quad (3)$$

ou, de forma equivalente, o domínio elástico é uma faixa de tensões que satisfazem $|\sigma| < \sigma_y$. Para níveis de tensão dentro do domínio elástico, somente deformações elásticas podem ocorrer, entretanto no seu limite (exatamente no limite de escoamento), um descarregamento elástico ou um carregamento plástico podem ocorrer. Portanto, o *Critério de Escoamento* pode ser expresso por:

$$\begin{aligned}
se \quad \Phi(\sigma, \sigma_y) < 0 &\Rightarrow |\dot{\varepsilon}^p| = 0 \\
se \quad \Phi(\sigma, \sigma_y) = 0 &\Rightarrow \begin{cases} |\dot{\varepsilon}^p| = 0 & \text{descarregamento elástico} \\ |\dot{\varepsilon}^p| \neq 0 & \text{carregamento plástico} \end{cases}
\end{aligned}
\tag{4}$$

Define-se $|\dot{\varepsilon}^p| = \dot{\gamma}$, onde $\dot{\gamma}$ é um multiplicador plástico.

As duas expressões acima podem ser unificadas na expressão:

$$\dot{\gamma}\Phi = 0 \tag{5}$$

Onde:

$$\dot{\gamma} \geq 0 \quad e \quad \Phi \leq 0$$

Estabelecendo, assim, a chamada condição de complementaridade.

Para o caso tridimensional tem-se um tensor de tensões σ e não mais um valor único de tensão normal como sugere a equação 1. Ele passa a ser representado pelo tensor abaixo:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \tag{6}$$

ou, de maneira mais compacta:

$$\sigma = C(\varepsilon - \varepsilon^p) = C\varepsilon^e \quad (7)$$

Onde:

C : matriz de rigidez elástica

E : módulo de elasticidade

ν : coeficiente de Poisson

O tensor de tensões, para que seja comparado com a tensão de escoamento uniaxial σ_y na função de escoamento, precisa ser um escalar. Com esse objetivo, há necessidade de definir um valor de tensão que seja equivalente ao tensor de tensões de tal forma que a função de escoamento (equação 2) seja escrita como:

$$\Phi(\sigma, \sigma_y) = \sigma_{eq} - \sigma_y \quad (8)$$

σ_{eq} : tensão uniaxial equivalente ao tensor das tensões.

2.3. Mecânica do Dano

O dano corresponde a uma degradação progressiva do material que tem origem em micro-defeitos e pode evoluir até causar fratura do material.

Micro-defeitos constituídos por inclusões ou vazios são chamados de dano inicial do material. Com estes micro-defeitos podem ocorrer processos irreversíveis na microestrutura do material tais como escorregamentos relativos entre cristais, perdas de coesão em planos

de clivagem ou contornos de grãos, mudanças de porosidade, mudanças de fase, difusão de elementos químicos e outros.

Dependendo das condições ambientais e devido à existência de solicitações mecânicas, mesmo que a resposta global do material se mantenha dentro dos limites do regime elástico, o dano inicial pode evoluir em consequência do rompimento das ligações entre os átomos ou por rupturas na interface entre componentes distintos.

Conforme Figura 1, Lemaitre [16], em 1984, o dano associado a um plano normal \mathbf{n} fica definido como:

$$D_n = \frac{S_0}{S} \quad (9)$$

S_0 : Área de defeitos medidos

S : Área total

D_n : Dano segundo uma normal \mathbf{n} .

O dano vale 0 se o material for localmente totalmente íntegro e 1 se ele for localmente danificado.

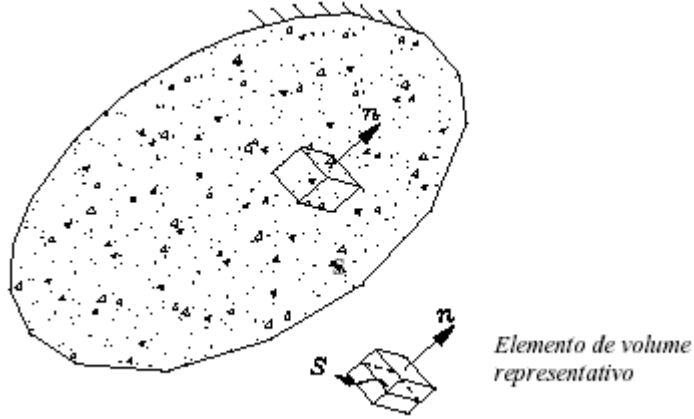


Figura 3: Elemento de volume representativo de um sólido com dano

D_n depende da orientação normal \mathbf{n} da estrutura. Considerando que o dano está distribuído de maneira mais ou menos uniforme, dizemos que $D_n = D$ e o chamamos de dano escalar.

Considerando o dano no material, a área efetiva passa a ser $(S - S_0)$ ou, ainda, $S(1 - D)$. Como a diminuição nesta área, a tensão equivalente aumenta na mesma proporção, ou seja:

$$\tilde{\sigma}_{eq} = \frac{\sigma_{eq}}{(1 - D)} \quad (10)$$

Portanto, quando o dano é considerado na lei constitutiva do material, a função de escoamento (7) passa a ser:

$$\Phi(\sigma, \sigma_y) = \frac{\sigma_{eq}}{(1 - D)} - \sigma_y \quad (11)$$

O processo de evolução do dano inicial influencia as propriedades elásticas, com reduções de resistência e de rigidez. A equação constitutiva representada em (7) é penalizada conforme:

$$\sigma = C(1 - D)(\varepsilon - \varepsilon^p) = C(1 - D)\varepsilon^e \quad (12)$$

3. Tensão equivalente, tensão de escoamento e critérios de falhas

3.1. Tensão equivalente

3.2.1. Von Mises

A Figura 4 considera que a energia de deformação possa ser dividida em duas partes: volumétrica (responsável pela mudança de volume) e de distorção (responsável pela mudança de forma).

Segundo von Mises, a parte da tensão responsável pela distorção que gera plasticidade. Portanto, a tensão equivalente de von Mises compara a energia de distorção de um caso triaxial com a energia de distorção do ensaio de tração uniaxial. A energia volumétrica causada pela pressão hidrostática não é capaz, segundo este critério, de provocar escoamento no material.

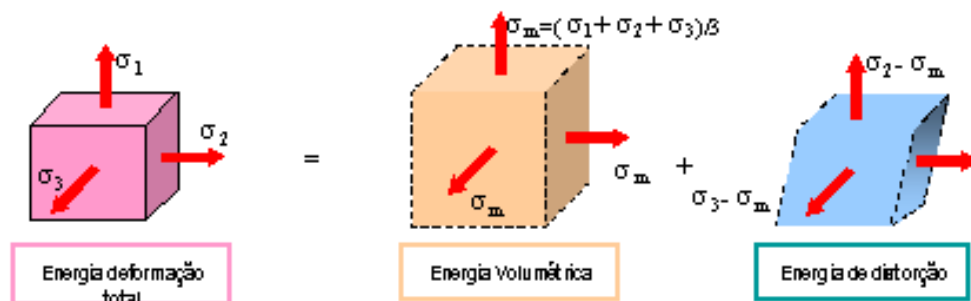


Figura 4: A energia de deformação total corresponde a soma da energia volumétrica e da energia de distorção. Pelo Critério Von Mises somente a energia de distorção causa escoamento no material

Considerando um sistema de coordenadas XYZ, a equação da tensão equivalente de von Mises é:

$$\sigma_{eq} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

(13)

ou, em função das tensões principais:

$$\sigma_{eq} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (14)$$

A tensão de von Mises é clássica (datada de 1913) e é muito utilizada para materiais dúcteis, como é o caso de metais, alumínio, etc.

3.2. Tensão de escoamento

3.2.1. Considerações gerais

No caso de escoamento, ou seja, evolução da deformação plástica, ocorre também evolução de σ_y . Em outras palavras, σ_y evolui de tal forma que a função de escoamento seja igual a zero. Nos itens 3.2.2 à 3.2.4, leis de evolução da tensão de escoamento são apresentadas e posteriormente utilizadas no modelo numérico.

3.2.2. Modelo de Johnson-Cook

Em 1983, Johnson e Cook [15] propuseram um modelo constitutivo para metais submetidos a grandes deformações, altas taxas de deformação e altas temperaturas. Apesar de ser um modelo criticado por sua formulação empírica, na prática ele é muito utilizado em análise

de impacto devido à sua simplicidade e pela extensa lista de parâmetros do modelo para diferentes materiais de Johnson e Homlquist [12].

O modelo de Johnson-cook representa o escoamento com a seguinte formulação:

$$\sigma_y = \left(A + B \varepsilon^n \right) \left(1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}_{eq}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \left[1 - \left(\frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right)^m \right] \quad (16)$$

Onde:

A, B, C, m, n : são constantes do material

T_m : temperatura de fusão do material

T_r : temperatura de referência em que a constante A é medida

$\dot{\varepsilon}_{eq}$: é a taxa de deformação equivalente

$\dot{\varepsilon}_0$: é a taxa de deformação de referência

3.2.3. Modelo de Johnson-Cook simplificado

Um modelo simplificado de Johnson-Cook os efeitos da temperatura são ignorados. A vantagem deste modelo sobre o JC (Johnson-Cook) convencional é o custo operacional. A equação que representa este modelo é:

$$\sigma_y = \left(A + B \varepsilon^n \right) \left(1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}_{eq}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \quad (17)$$

Como um dos termos responsáveis pela redução da tensão de escoamento depende da temperatura, na implementação do modelo simplificado podemos especificar a tensão máxima obtida e a tensão de saturação e estas irão limitar a tensão.

3.2.4. Modelo de Dano de Lemaitre

Em 1992, Lemaitre [10] propôs o modelo constitutivo que também levava em consideração o efeito da taxa de deformação plástica. Este modelo foi baseado na mecânica do dano. A equação que representa este modelo é:

$$\sigma_y = \sigma_0 + Q_1 \cdot [1 - \exp(-C_1 \dot{\varepsilon}_{eq}^p)] + Q_2 [1 - \exp(-C_2 \varepsilon_{eq}^p)] + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq}^p}{C} \right)^{1/p} \quad (18)$$

Onde:

Q_1, Q_2, C_1, C_2 : parâmetros do material

$\dot{\varepsilon}_{eq}^p$: taxa de deformação plástica equivalente

ε_{eq}^p : deformação plástica equivalente

p e C : Parâmetros de Cowper-Symonds

3.3. Critérios de Falha

3.3.1. Máxima deformação plástica acumulada

O critério da máxima deformação plástica acumulada diz que o material irá falhar quando, em algum ponto da estrutura, a deformação plástica equivalente acumulada for maior que um valor de deformação plástica anteriormente definido, ou seja:

$$\sum \Delta \varepsilon_{eq}^p > \varepsilon_{eq, fail}^p \quad (19)$$

Onde:

$\Delta \varepsilon_{eq}^p$ é o incremento da deformação plástica equivalente

$\varepsilon_{eq, fail}^p$ é a deformação plástica equivalente na falha

3.3.2. Johnson-Cook

Critério de falha proposto por Johnson e Cook em 1985 é baseado na evolução do dano. Este critério leva em consideração a triaxialidade (divisão da tensão hidrostática pela tensão equivalente), a taxa de deformação plástica, a deformação plástica acumulada e a temperatura. O dano calculado não é levado em consideração no modelo constitutivo por isso dizemos que ele é desacoplado ao modelo.

Segundo este critério o dano do material é dado segundo a equação:

$$D = \sum \frac{\Delta \varepsilon_{eq}^p}{\varepsilon_f} \quad (20)$$

Onde:

$\Delta \varepsilon_{eq}^p$ é o incremento da deformação plástica

ε_f é a deformação plástica que leva em consideração a triaxialidade, a taxa de deformação e a temperatura. Esta deformação plástica é dada por:

$$\varepsilon_f = \left[D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*) \right] \left[1 + D_4 \ln \dot{\varepsilon}^* \right] \left[1 + D_5 T^* \right] \quad (21)$$

Onde:

$$\sigma^* = \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \quad \text{é a triaxialidade do material}$$

$$\dot{\varepsilon}^* = \frac{\dot{\varepsilon}_{eq}^p}{\dot{\varepsilon}_0}$$

$$T^* = \frac{T - T_{room}}{T_{melt} - T_{room}}$$

D_1, D_2, D_3, D_4 e D_5 são constantes do material a serem determinadas.

De acordo com este critério, o material falhará quando o dano atingir o valor 1.

3.3.3. Modelo de Dano de Lemaitre

O Modelo de Dano de Lemaitre diz que o dano evolui segundo a equação iterativa conforme:

$$\dot{D} = - \frac{Y}{(1 - D) S} \dot{\varepsilon}_{eq}^p \quad (22)$$

Onde:

D : Dano no instante anterior

$$Y = - \frac{\sigma_{eq}^2 R_v}{2E(1 - D)^2} \quad (23)$$

Onde:

$$R_v = \frac{2}{3}(1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2 \quad (24)$$

Sendo que:

σ_H : é a tensão hidrostática

Um conceito importante do Modelo de Dano de Lemaitre é que a triaxialidade, representada pela divisão da tensão hidrostática pela tensão equivalente, faz com que o dano aumente e, conseqüentemente, o material se torne mais frágil.

O material falhará quando o dano atingir um valor crítico, que será calibrado juntamente com as constantes do modelo.

4. Resultados Experimentais

O grupo GMSIE¹ realizou testes do impacto da esfera de aço na placa de alumínio para determinar a velocidade balística experimental utilizando o GASGUN da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Este canhão de gás de alta pressão, é composto por um reservatório de gás com capacidade real de 8 bar de pressão armazenados, um tubo de 8m e diâmetro de PVC e um medidor de velocidade. Na Figura 5 e 6 é possível visualizar diagrama esquemático do GASGUN e fotos deste aparato experimental.

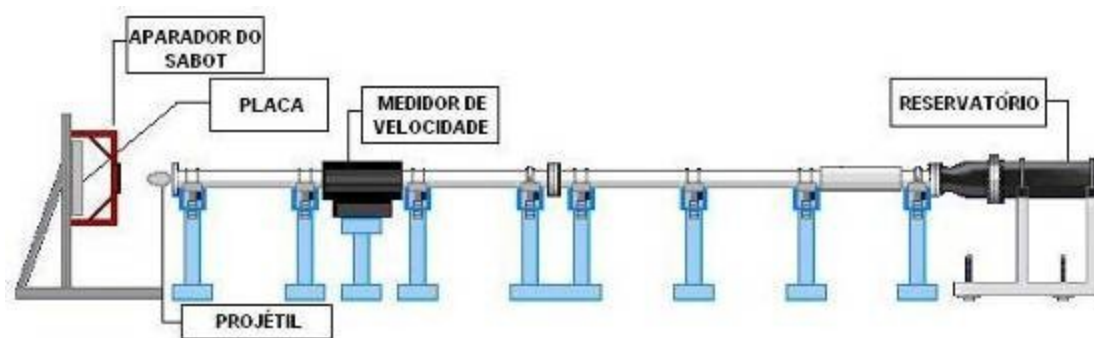


Figura 5: Diagrama esquemático do GASGUN



a) Posicionamento da placa a ser ensaiada



b) GASGUN

Figura 6: Equipamento para simulação experimental

Os testes foram realizados variando as pressões de saída no compressor e atingindo diferentes velocidades. Resultados experimentais são mostrados no Gráfico 1 e a Figura 7 ilustra os diferentes tipos de falhas obtidas a diferentes velocidades.

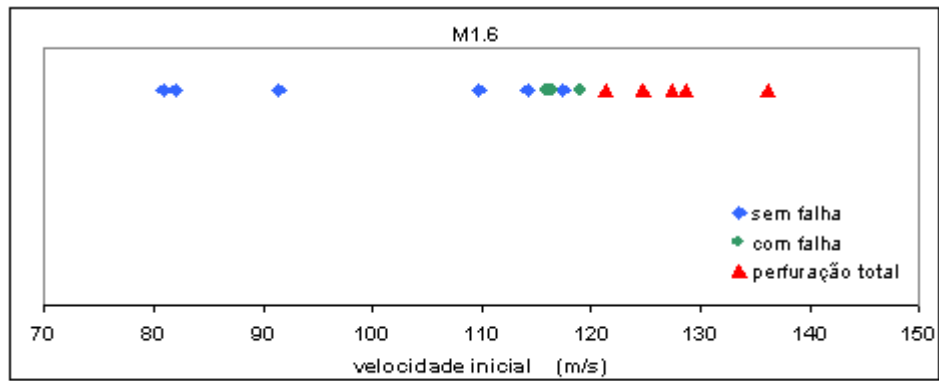


Gráfico 1: Resultados experimentais obtidos pelo GMSIE para chapas de 1.6 mm [fonte GMSIE]

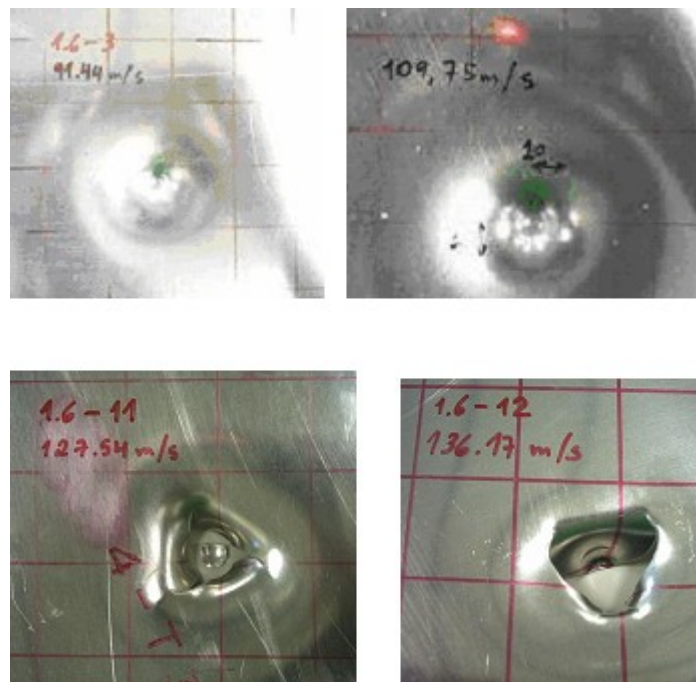


Figura 7: Diferentes tipos de falhas que podem ocorrer a diferentes velocidades [fonte GMSIE]

5. Simulação Numérica

5.1. Calibração dos parâmetros

5.1.1. Considerações gerais

Com objetivo de calibrar as constantes de cada lei de evolução da tensão de escoamento (item 3.2 deste trabalho), foi utilizado o método inverso de caracterização. Este método consiste em fazer testes experimentais dinâmicos e estáticos, reproduzi-los numericamente e, em um processo iterativo, partindo de dados recomendados na literatura, encontrar valores ótimos para os parâmetros.

Os testes experimentais utilizados neste trabalho foram ensaios de tração convencional. O ensaio de tração uniaxial consiste na aplicação de uma carga crescente a um corpo de prova especificado, ao mesmo tempo em que são medidas as variações no comprimento. As dimensões do corpo de prova estão representadas na Figura 8 abaixo.

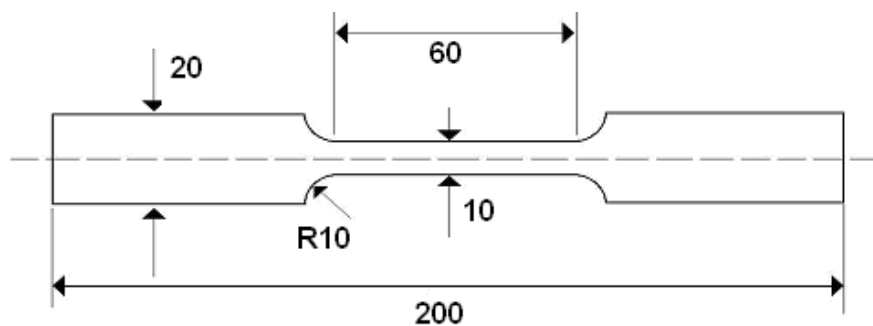


Figura 8: Dimensões do corpo de prova utilizado no ensaio de tração

Após a realização de alguns ensaios de tração no alumínio, o GMSIE obteve as curvas representadas na Figura 9.

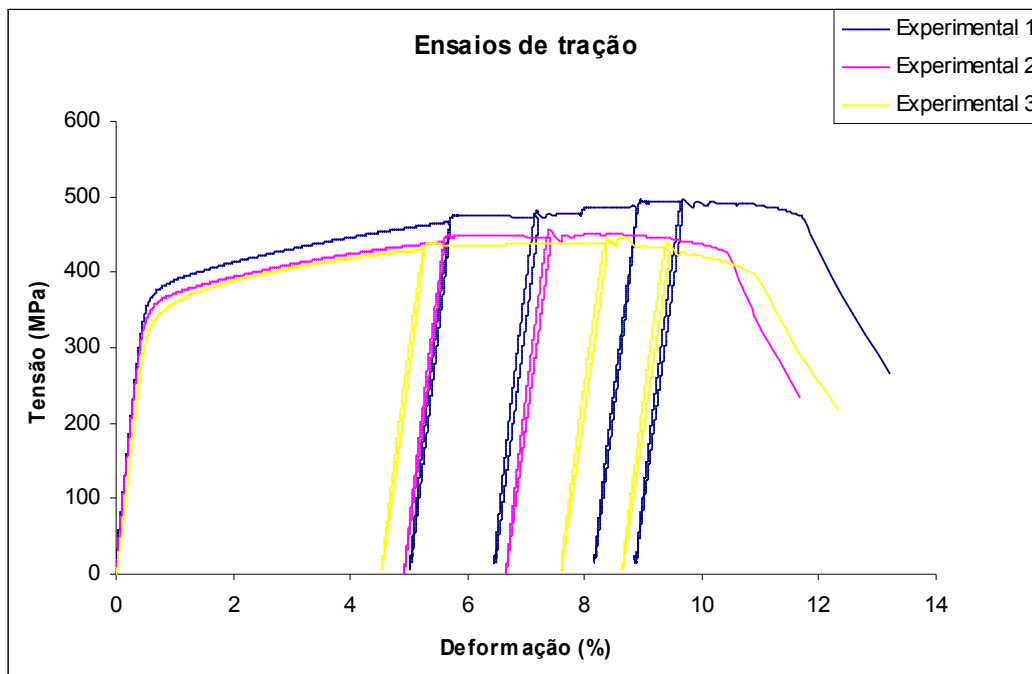


Figura 9: Curvas de tensão x deformação obtidas em ensaios de tração [fonte GMSIE]

Numericamente, este ensaio de tração foi representado pelo modelo da Figura 10. Ele equivale à $\frac{1}{4}$ do ensaio de tração original. Esta representação é possível desde que as novas restrições mimetizem vínculos e deslocamentos reais do espécime.

O modelo numérico do ensaio de tração contém 840 elementos, de casca com 1,6 mm e 3 Pontos de Integração de Gauss na espessura. Conforme mostrado na figura 10, na parte superior foi imposto deslocamento, e nas demais extremidades estão vinculadas devido à simetria.



Figura 10: Esquema do modelo numérico que representa o ensaio de tração

Com este modelo foram encontrados os parâmetros de cada modelo utilizado neste projeto.

5.1.2. Parâmetros do modelo de Johnson-Cook simplificado

Partindo de valores obtidos na literatura, os valores dos parâmetros A, B, C, n e σ_{\max} foram ajustados até que seus valores ótimos, conforme Tabela 1, fossem encontrados.

Tabela 1: Parâmetros ótimos de Johnson-Cook Simplificado

| A | B | C | n | σ_{\max} | Falha |
|----------|----------|----------|----------|-----------------------------------|--------------------------------|
| 303.0 | 420.0 | 0.002 | 0.34 | 475.0 | $\epsilon^p_{eq\ fail} = 0.37$ |

A curva obtida com os parâmetros da tabela 1 é mostrada na Figura 11. Estes parâmetros foram utilizados no modelo de Johnson-Cook Simplificado na simulação do impacto da esfera na placa de alumínio.

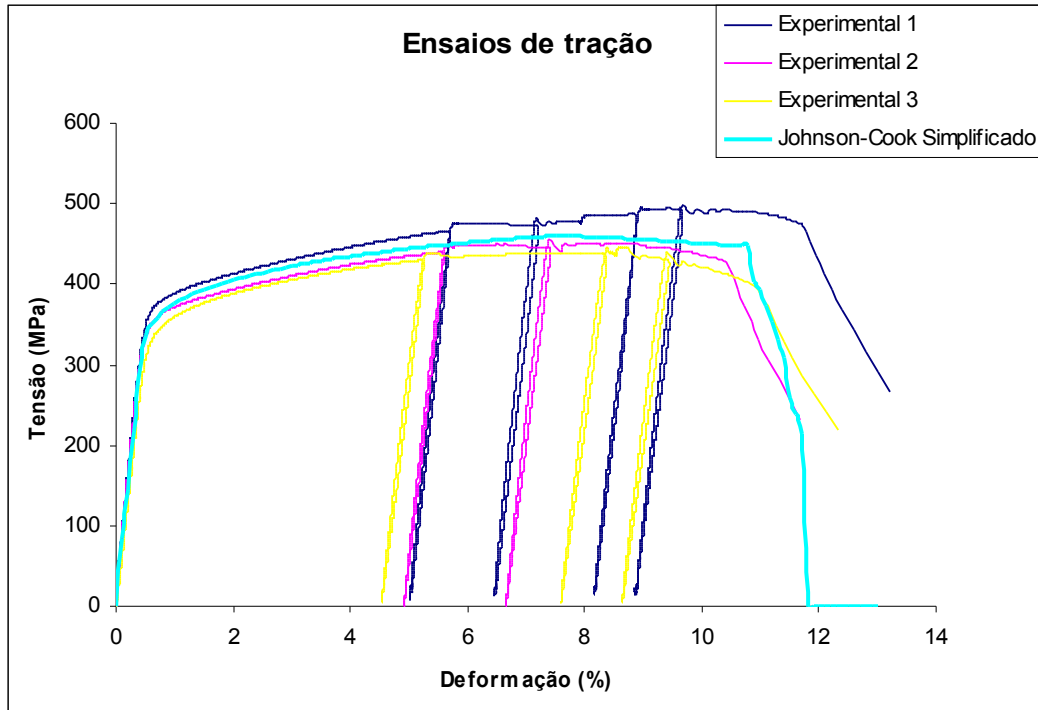


Figura 11: curvas: tensão x deformação experimentais e numérica (Johnson-Cook Simplificado)

5.1.3. Parâmetros do Modelo de Dano de Lemaitre

Processo análogo, partindo de valores obtidos pelo GMSIE, os valores dos parâmetros Q1, Q2, C1, C2, S e Dc foram ajustados até que seus valores ótimos, conforme Tabela 2, fossem encontrados.

Tabela 2: Processo iterativo caracterização dos parâmetros do Modelo de Dano de Lemaitre

| C1 | Q1 | C2 | Q2 | S | Falha |
|------|-------|-----|-------|-----|---------|
| 40.0 | 145.0 | 0.1 | 700.0 | 3.3 | Dc=0.17 |

A curva obtida com os parâmetros da tabela 2 está sendo mostrada na Figura 12. Estes parâmetros foram utilizados no modelo do dano de Lemaitre na simulação do impacto.

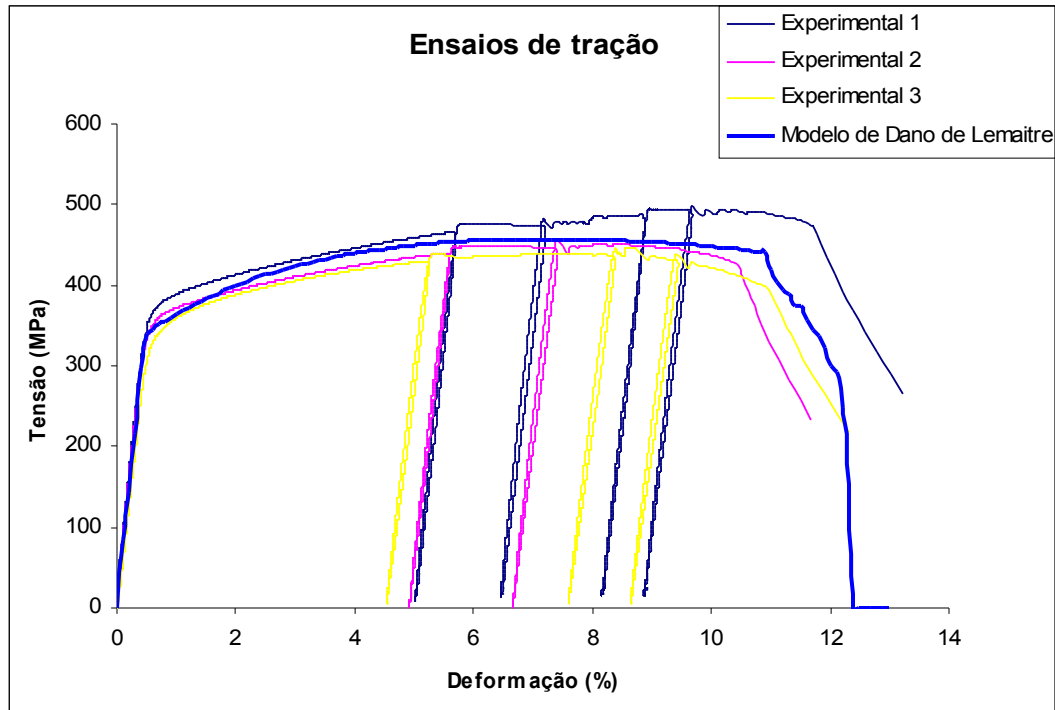


Figura 12: curvas: tensão x deformação experimentais e numérica (Johnson-Cook Simplificado)

5.2. Geração de malhas

5.2.1. Considerações gerais

A placa utilizada para a simulação é circular e fina: 250 x 1,6 mm de diâmetro e espessura respectivamente. Já a esfera tem 20 mm de diâmetro. Logo, esta simulação apresenta uma geometria simples. Entretanto, apesar de ser simples, comparações com resultados experimentais podem validar o modelo utilizado e este pode ser utilizado para geometrias mais complexas.

5.2.2. Esfera rígida

A esfera de aço de 20 mm de diâmetro foi modelada com 1536 elementos de casca, conforme mostrada na Figura 13.

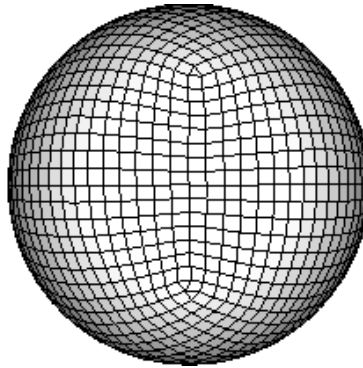


Figura 13: Esfera modelada como elemento de casca com 1536 elementos

5.2.3. Placa de alumínio

A placa de alumínio de 250 mm de diâmetro e 1,6 mm de espessura foi modelada como elemento de casca. Sua malha foi bem refinada na região onde ocorre o impacto e menos na região engastada. Com o intuito de verificar qual é a melhor malha, ou seja, a malha que apresenta resultado e custo operacional satisfatórios, 4 malhas foram comparadas (Figuras 15 – 18). As quatro foram divididas em 3 regiões de refinamento, demonstradas na Figura 14. A região do centro da placa e que possui um raio de 20 mm foi chamada de “região interna”. A região anelar que possui raio externo de 60 mm e interno de 20 mm foi chamada de “região intermediária”. A outra região, também anelar, que possui raio externo de 125 mm e interno de 60 mm foi denominada de “região externa”.

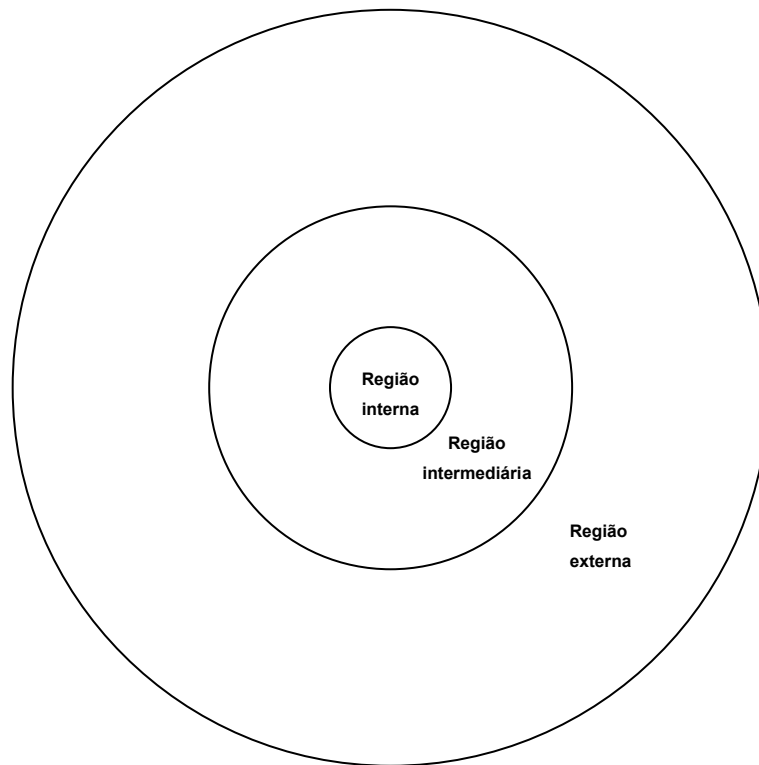


Figura 14: Placa – geometria – divisões de regiões

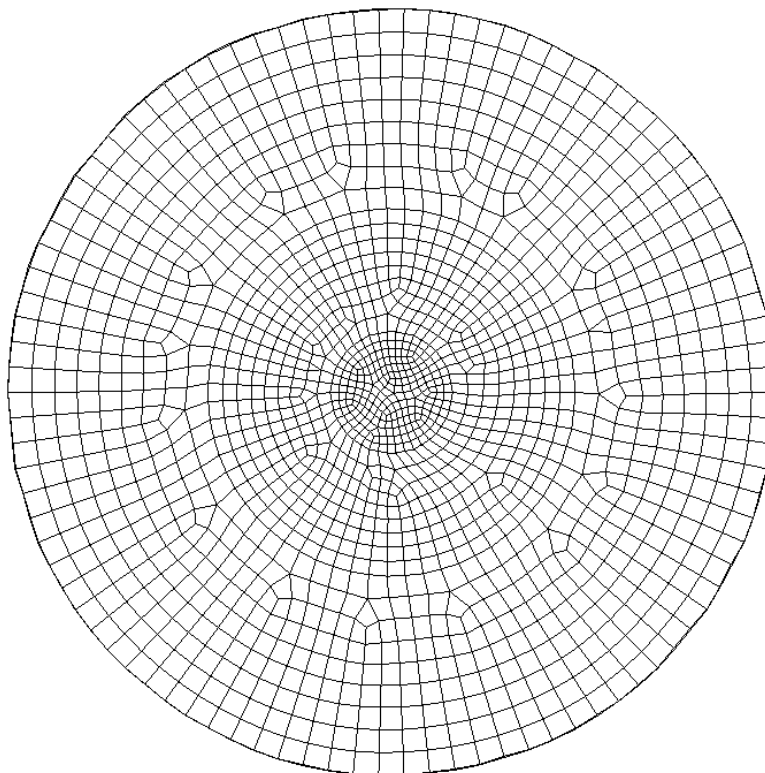


Figura 15: Placa – malha 1

Tabela 3: Densidade da malha 1

| | Nº de elementos | Área (mm²) | Densidade (nº de elem/mm²) |
|-----------------------------|------------------------|------------------------------|--|
| Região interna | 211 | 1.257 | 0,1679 |
| Região intermediária | 499 | 10.053 | 0,0496 |
| Região externa | 800 | 37.777 | 0,0212 |

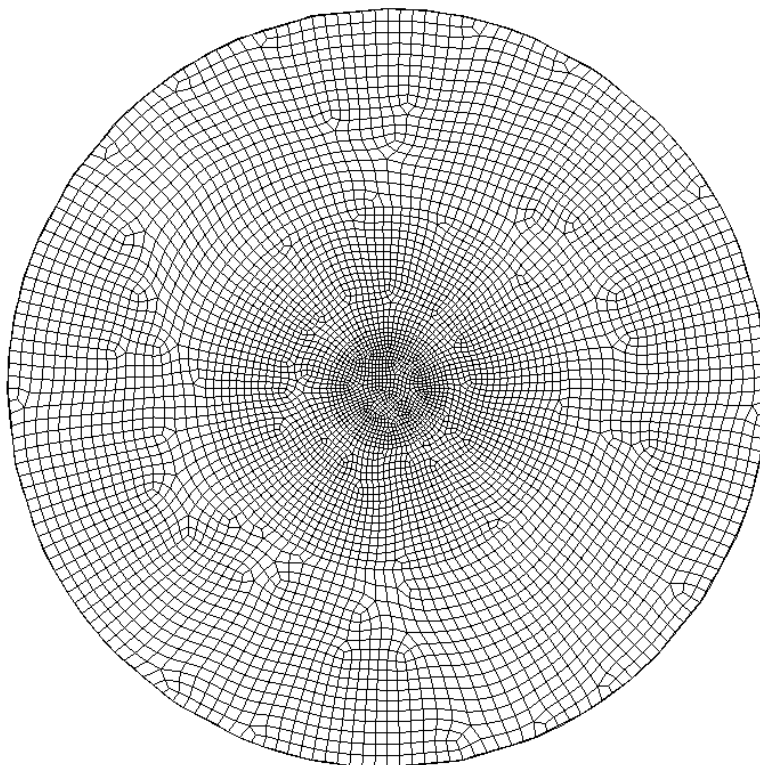


Figura 16: Placa – malha 2

Tabela 4: Densidade da malha 2

| | Nº de elementos | Área (mm²) | Densidade (nº de elem/mm²) |
|-----------------------------|------------------------|------------------------------|--|
| Região interna | 790 | 1.257 | 0,6284 |
| Região intermediária | 1939 | 10.053 | 0,1929 |
| Região externa | 2871 | 37.777 | 0,0760 |

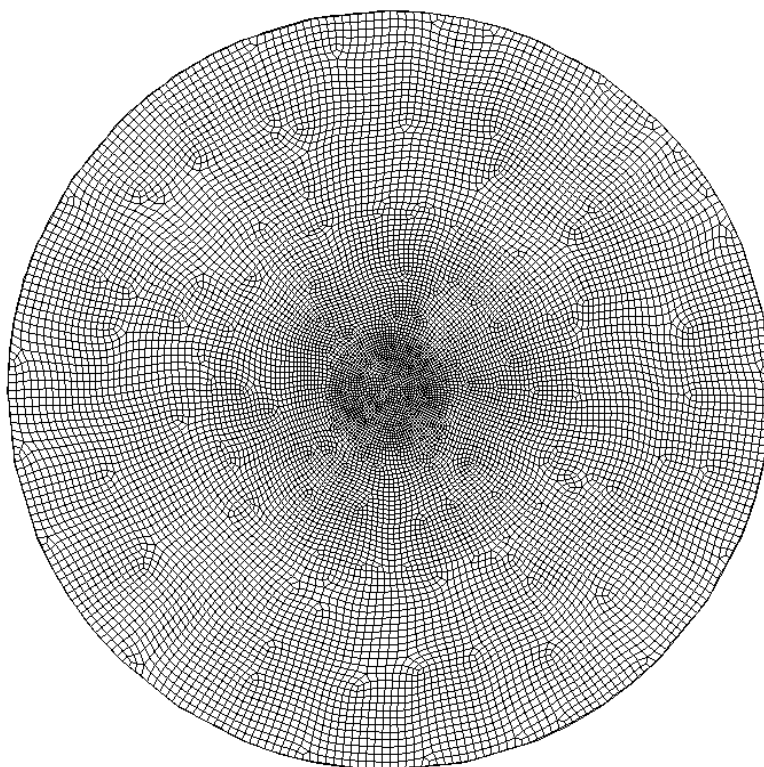


Figura 17: Placa – malha 3

Tabela 5: Densidade da malha 3

| | Nº de elementos | Área (mm²) | Densidade (nº de elem/mm²) |
|-----------------------------|------------------------|------------------------------|--|
| Região interna | 1644 | 1.257 | 1,3079 |
| Região intermediária | 4306 | 10.053 | 0,4283 |
| Região externa | 7265 | 37.777 | 0,1923 |

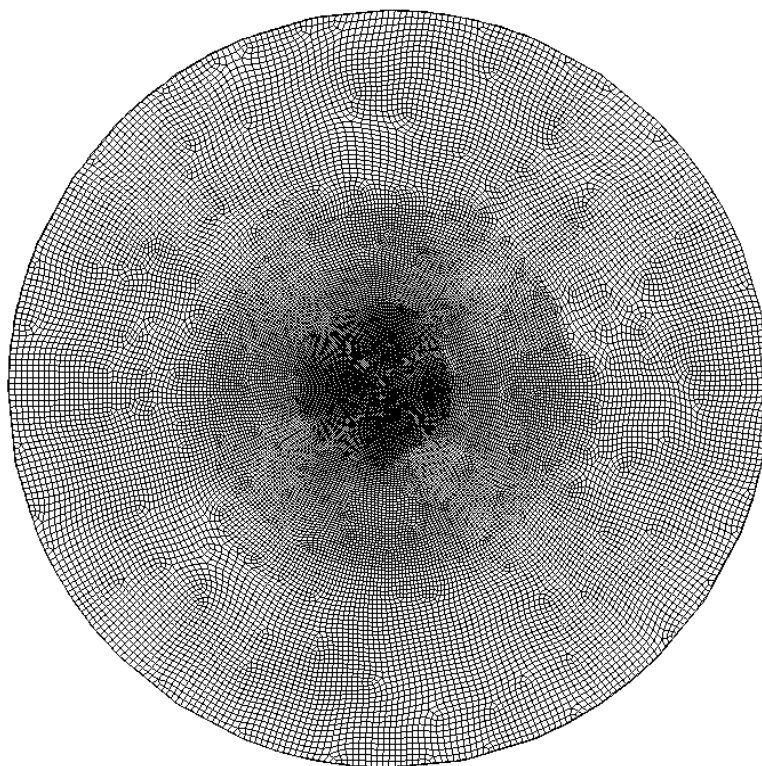


Figura 18: Placa – malha 4

Tabela 6: Densidade da malha 4

| | Nº de elementos | Área (mm ²) | Densidade (nº de elem/mm ²) |
|-----------------------------|-----------------|-------------------------|---|
| Região interna | 4587 | 1.257 | 3,6492 |
| Região intermediária | 11459 | 10.053 | 1,1399 |
| Região externa | 13057 | 37.777 | 0,3456 |

Dois parâmetros foram levados em consideração para a escolha da melhor malha: influência da malha no limite balístico e tempo de processamento.

O impacto da esfera rígida na placa de alumínio foi simulado para as 4 malhas. Para cada uma das malhas foi encontrada a máxima velocidade com que a esfera não perfura a placa, o intervalo de velocidades que ocorre a falha e o a mínima velocidade em que ocorre a perfuração total. Estes dados estão resumidos no Gráfico 2.

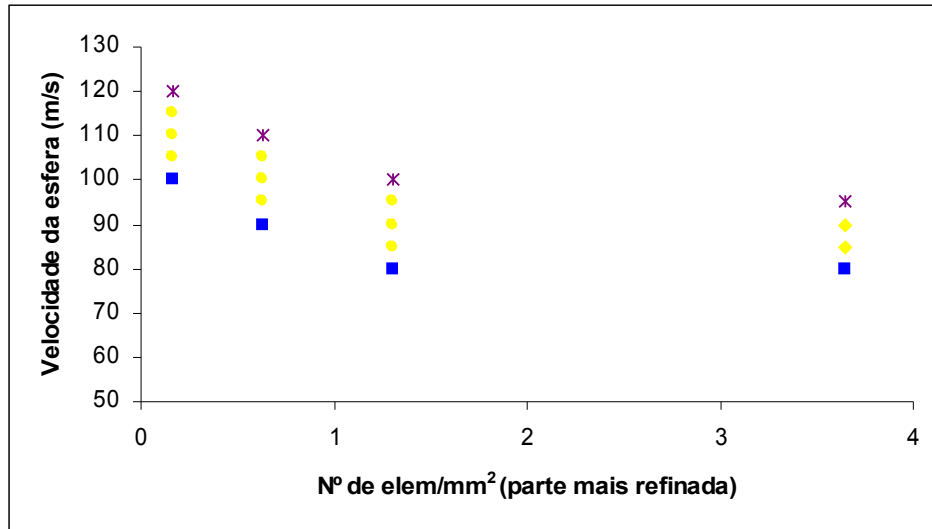


Gráfico 2: Influência da malha no limite balístico

Outro parâmetro utilizado para decisão da melhor malha, foi o tempo de processamento. O computador utilizado possui a seguinte configuração: 2 processadores 275 Dual Core AMD Opteron, uma frequência de 2.21GHz e 4GBytes de memória RAM ECC registrada. Neste computador, a simulação do impacto da esfera na placa de alumínio durou - com a formulação Johnson-Cook simplificada – 105 segundos na placa menos refinada e 7440 segundos na mais refinada como pode ser visualizado no Gráfico 3.

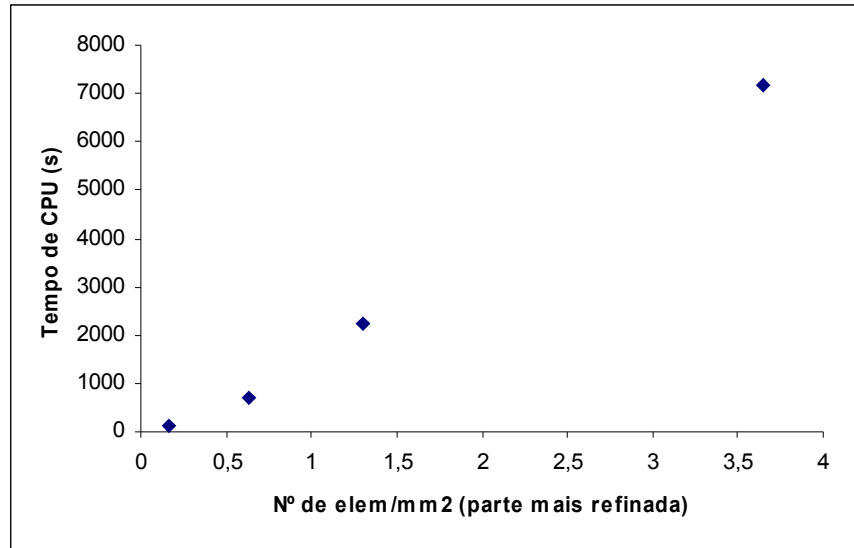


Gráfico 3: tempo de processamento x densidade da malha

A velocidade balística da malha 1 e 2 está muito alta quando comparadas com as malhas 3 e 4. A diferença entre a velocidade de perfuração das malhas 3 e 4 é pequena, apenas 5 m/s, além disso, a malha 4 leva mais que o dobro de tempo que a simulação da malha 3. Por isso, a malha 3 foi escolhida como a melhor para esta simulação.

5.3. Simulação do impacto

5.3.1. Considerações gerais

Após a geração da malha no software comercial Hypermesh, as condições de contorno e o contato da esfera com a placa foram definidos. A placa foi engastada em toda sua extremidade impedindo deslocamentos e rotações, o tipo de contato foi “automatic general”.

Os modelos utilizados foram o Johnson-Cook Simplificado com o critério de falha da máxima deformação plástica - MAT_98 do LS-Dyna – e o Modelo de Dano de Lemaitre com o critério de falha do valor máximo do dano – MAT_104 do LS-Dyna.

Para cada um dos modelos foram feitos testes a diversas velocidades com o intuito de encontrar o limite balístico. Os resultados serão mostrados dos tópicos a seguir.

5.3.2. Modelo de Johnson-Cook Simplificado / critério de falha da máxima deformação plástica

O impacto da esfera na placa de alumínio com o modelo de Johnson-Cook Simplificado foi simulado com velocidades de 80, 85, 90, 95 e 100 m/s. A 80 m/s ainda não ocorre falha na placa, a 85, 90 e 95 m/s ocorre a falha e a 100 m/s a esfera perfura totalmente a placa de alumínio. Os resultados apresentados nas Figuras 18 e 19 são da placa após o impacto com sua a deformação plástica equivalente. Na Figura 18 a velocidade da esfera era 80m/s enquanto na Figura 19, 100 m/s.

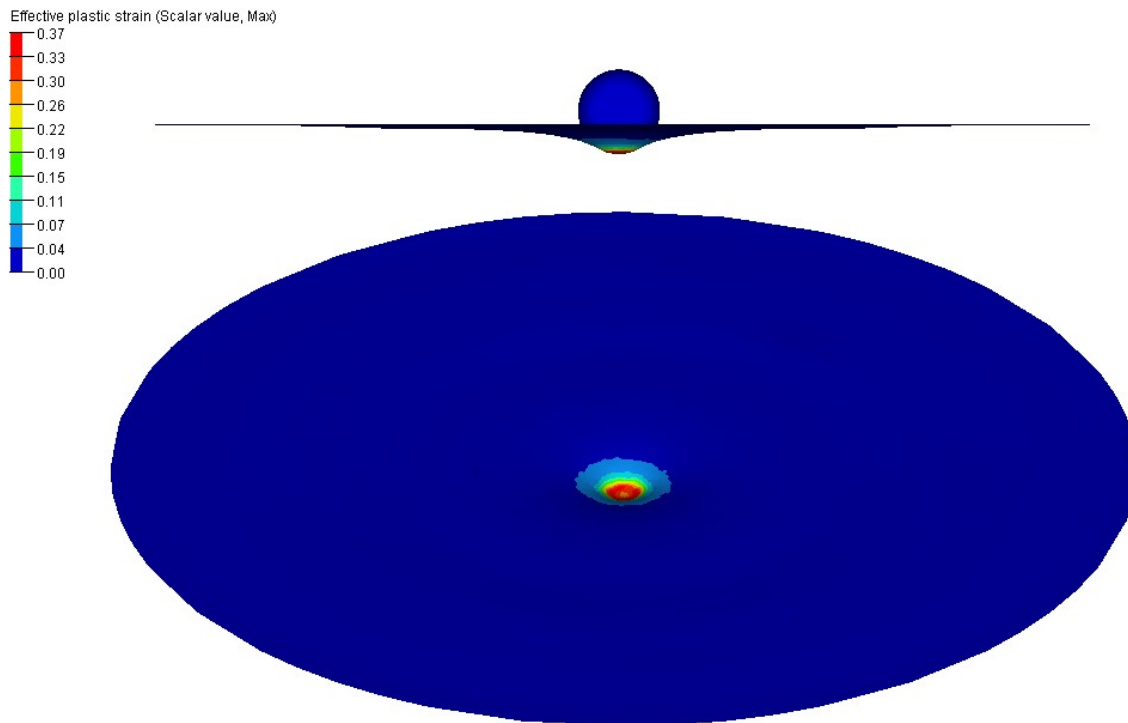


Figura 18: Impacto da esfera de aço na placa de alumínio – Johnson-Cook Simplificado – Velocidade da esfera: 80m/s

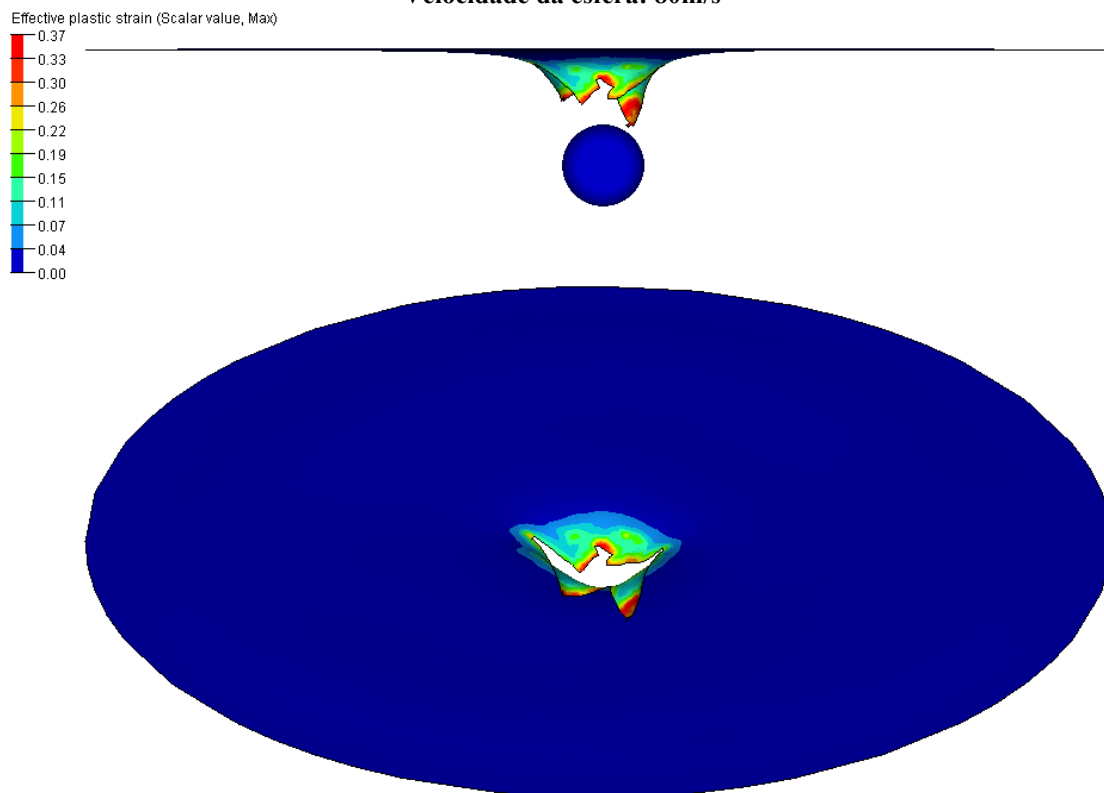
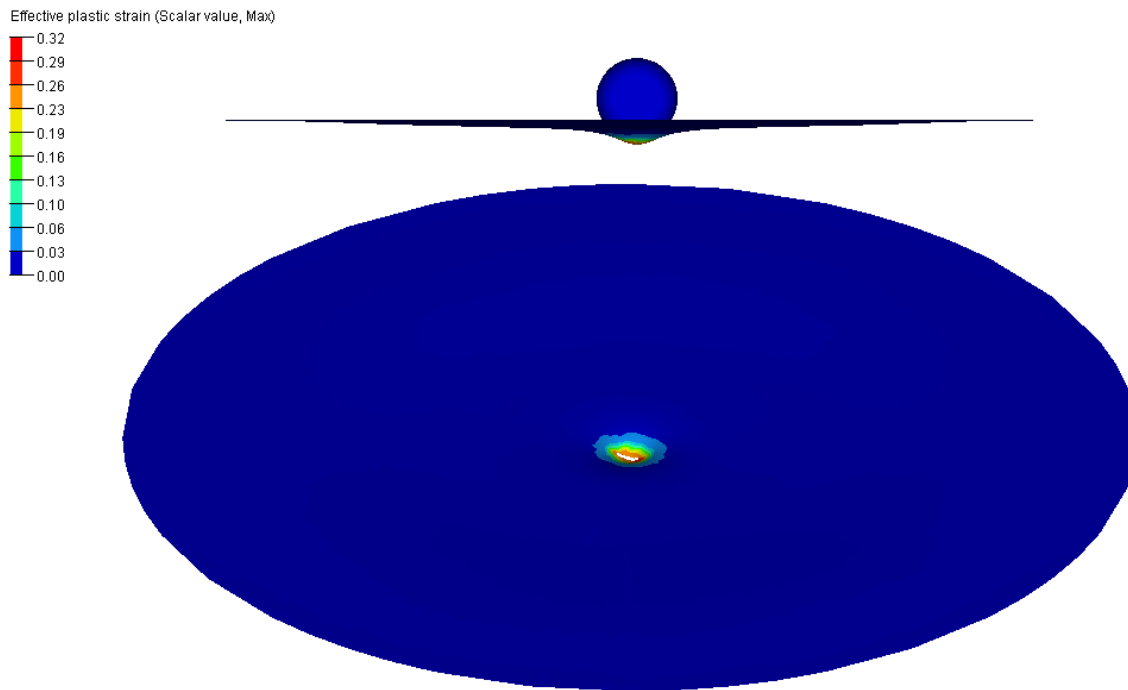


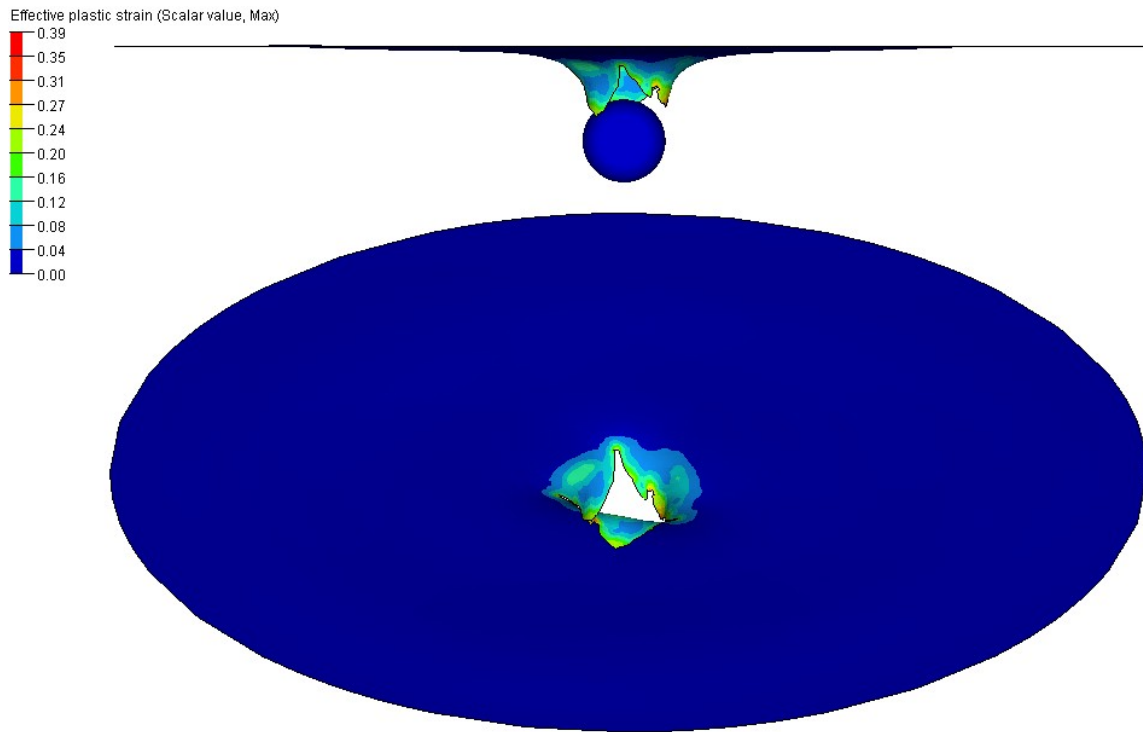
Figura 19: Impacto da esfera de aço na placa de alumínio – Johnson-Cook Simplificado – Velocidade da esfera: 100 m/s

5.3.3. Modelo de Dano de Lemaitre / critério de falha do valor máximo do dano

O impacto da esfera na placa de alumínio com o modelo de dano de Lemaitre foi simulado com velocidades de 60, 65, 80, 85 m/s. A 60 m/s a falha começa a ocorrer, a 65, 70, 75 e 80 ocorre a falha e a 85 m/s a esfera perfura totalmente a placa de alumínio. Os resultados apresentados nas Figuras 20 e 21 são da placa após o impacto com sua a deformação plástica equivalente. Na Figura 20 a velocidade da esfera era 60m/s enquanto na Figura 21, 85 m/s.



**Figura 20: Impacto da esfera de aço na placa de alumínio – modelo de Dano de Lemaitre –
Velocidade da esfera: 60 m/s**



**Figura 21: Impacto da esfera de aço na placa de alumínio – modelo de Dano de Lemaitre –
Velocidade da esfera: 85 m/s**

6. Comparação: Numérico x Experimental

Os resultados experimentais foram comparados com os numéricos a fim de validar os dois modelos simulados. Estes resultados foram comparados de duas maneiras: através do limite balístico e da forma da falha obtida.

A velocidade em que a esfera perfura a placa nos ensaios experimentais foi de 120 m/s, entre 115 e 120 m/s há falhas nas placas de alumínio e abaixo de 115 m/s não há falhas. Já no modelo de Johnson-Cook Simplificado o limite balístico foi de 100 m/s, entre 85 e 100 ocorre falha e abaixo de 85 não. No Modelo de Dano de Lemaitre, o limite balístico foi de 85 m/s e quando a esfera possuía velocidades abaixo de 60 m/s não ocorreu falha na placa. Estas informações estão consolidadas no Gráfico 4.

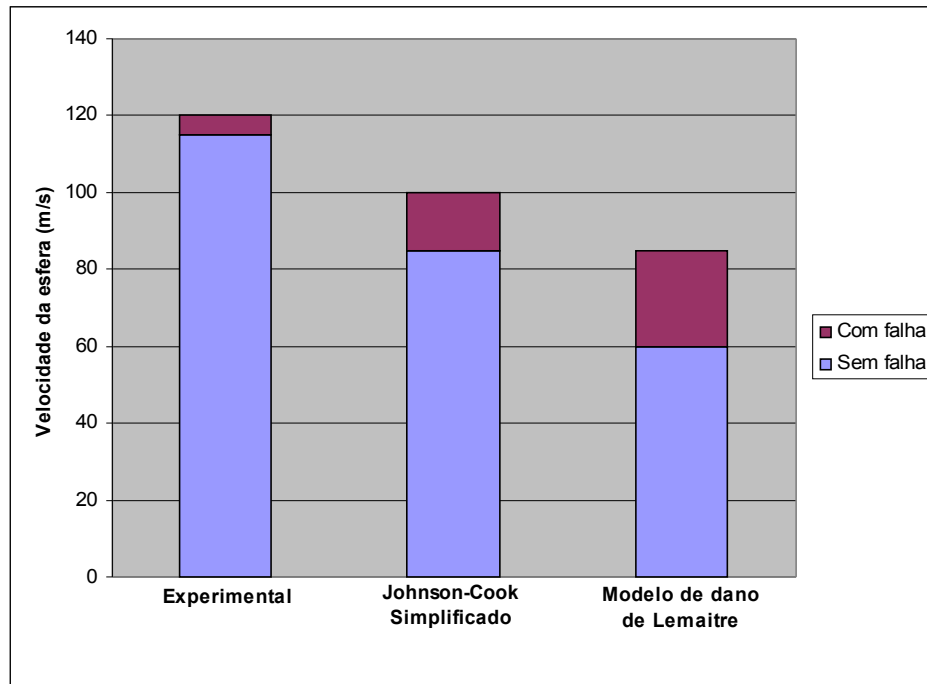


Gráfico 4: Comparação do resultado numérico com o experimental do impacto a diferentes velocidades

A forma da fratura ocorrida na placa nos ensaios experimentais foi bem semelhante às obtidas nos numéricos, conforme figura 22 abaixo.

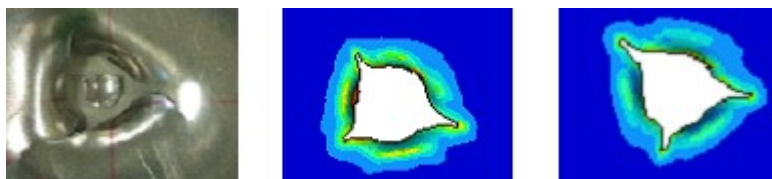


Figura 22: Forma da fratura - pétala

7. Conclusões

Nos dois casos simulados o limite balístico encontrado estão abaixo da velocidade obtida experimentalmente. Isto significa que ambos modelos são confiáveis, pois estão dentro da segurança.

No entanto, os resultados obtidos com o modelo de Johnson-Cook Simplificado e com o critério da máxima deformação plástica apresentaram, para este caso, resultados mais próximos aos obtidos com o GASGUN.

O modelo de dano de Lemaitre é muito utilizado, principalmente em casos que é observada perda de rigidez do material durante ensaio de tração. Nos ensaios de tração feitos pelo GMSIE, esta perda de rigidez é pequena, conforme Figura 9.

Após a escolha da malha 3 como definitiva, foi simulado o impacto também em uma malha alternativa com menos elementos nas regiões intermediária e externa. Esta alteração não influenciou na velocidade balística nem na forma da fratura e o tempo operacional reduziu pela metade. No entanto, estas duas regiões ficaram mais rígidas o que não permitiu uma vibração, no sentido radial e axial da placa, semelhante à realidade.

A fratura ocorreu em formato de pétala, em conformidade com ensaios experimentais. Em testes numéricos, o GMSIE obteve melhores resultados utilizando elementos sólidos para modelar a placa, o que seria uma motivação para atingir velocidades ainda mais próximas das experimentais.

8. Anexos

Anexo 1 – Arquivo utilizado para simular o ensaio de tração

```
*KEYWORD
$$ HM_OUTPUT_DECK created 15:21:42 12-11-2006 by HyperMesh Version 7.0
$$ Ls-dyna Input Deck Generated by HyperMesh Version : 7.0
$$ Generated using HyperMesh-Ls-dyna 970 Template Version : 7.0
*CONTROL_TERMINATION
1.60E-03
$---+---1---+---2---+---3---+---4---+---5---+---6---+---7---+---8
*DATABASE_BINARY_D3PLOT
0.00001E-00
*DATABASE_SPCFORC
0.00001E-00
*DATABASE_MATSUM
0.00001E-00
*DEFINE_CURVE
1
0.000000000000000E+00 0.000000000000000E+00
1.600000000000000E-03 2.000000000000000E-00
$---+---1---+---2---+---3---+---4---+---5---+---6---+---7---+---8
*BOUNDARY_PRESCRIBED_MOTION_SET
1 2 2 1 1.00
$---+---1---+---2---+---3---+---4---+---5---+---6---+---7---+---8
*MAT_SIMPLIFIED_JOHNSON_COOK
$HMNAME MATS 1Material da Placa de Aluminio
$---+---1---+---2---+---3---+---4---+---5---+---6---+---7---+---8
$$ MID RO E PR VP
1 2.70E-09 72739.0 0.35 0.0
$$ A B N C PSFAIL SIGMAX SIGSAT EPSO
303.0 420.0 0.34 0.002 0.37 475.0 0.0008165
*MAT_DAMAGE_1
$$ MID RO E PR SIGY LCSS LCDS
2 2.70E-09 72739.0 0.35 325.0
$$ Q1 C1 Q2 C2 EPSD S or EPSR DC FLAG
145 40 700 0.1 0.05 3.3 0.17 0
$$ VK VM R00 or F R45 or G R90 or H L M N
2.5376 0.4182
$$ AOPT

$---+---1---+---2---+---3---+---4---+---5---+---6---+---7---+---8
*PART
$HMNAME COMPS 1corpo de prova
$HMCOLOR COMPS 1 7
1 1 1
$$ ***** $$
$$ SECTION
$$ ***** $$
*SECTION SHELL
$HMNAME PROPS 2Section Aluminio
$$ SECID ELFORM SHRF NIP PROPT QR/IRID ICOMP SETYP
1 8 3 0.0
$$ T1 T2 T3 T4 NLOC MAREA
1.6 1.6 1.6 1.6
$$ ----- $$
*NODE
$ *****
$ DEFINICAO DOS NOS
$ *****
*ELEMENT_SHELL
$ *****
```

```

$ DEFINICAO DOS ELEMENTOS
$ *****
*SET NODE LIST
$ *****
$ DEFINIÇÃO DOS NOS DE CADA EIXO DE SIMETRIA
$ DEFINIÇÃO DOS NOS DO CARREGAMENTO IMPOSTO
*BOUNDARY_SPC_NODE
$ *****
$ DEFINICAO DAS CONDICÕES DE CONTOURNO
$ *****
*END

```

Anexo 2 – Arquivo utilizado para simular o impacto

```

$$ Generated using HyperMesh-Ls-dyna 970 Template Version : 7.0
*CONTROL_TERMINATION
$$  ENDTIM      ENDCYC      DTMIN      ENDENG      ENDMAS
1.0000E-03
*CONTROL_TIMESTEP
$$  DTINIT      TSSFAC      ISDO      TSLIMIT      DT2MS      LCTM      ERODE      MSIST
4.0000E-06      0.1
*CONTROL_HOURLASS
$$  IHQ      QH
4
$$$$DATABASE_OPTION -- Control Cards for ASCII output
*DATABASE_GCEOUT
1.0000E-05      1
*DATABASE_RBDOUT
1.0000E-05      1
*DATABASE_BINARY_D3PLOT
$$  DT/CYCL      LCDT      BEAM      NPLTC
1.0000E-05
0
*MAT_SIMPLIFIED_JOHNSON_COOK
$HMNAME MATS      1Material da Placa de Alumínio
$-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----7-----8
$$      MID      RO      E      PR      VP
1      2.70E-09      72739.0      0.35      0.0
$$      A      B      N      C      PSFAIL      SIGMAX      SIGSAT      EPSO
303.0      420.0      0.34      0.002      0.37      475.0      0.0008165
$-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----7-----8
*MAT_DAMAGE_1
$$      MID      RO      E      PR      SIGY      LCSS      LCDS
3      2.70E-09      72739.0      0.35      320.0
$$      Q1      C1      Q2      C2      EPSD S or EPSR      DC      FLAG
145      40      700      0.1      0.05      4.0      0.13      0
$$      VK      VM      R00 or F      R45 or G      R90 or H      L      M      N
2.5376      0.4182
$$      AOPT

$-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----7-----8
*MAT_RIGID
$HMNAME MATS      2Mat_Esfera
27.8500E-09      210000.0      0.3

*PART
$HMNAME COMPS      1Placa
$HMCOLOR COMPS      1      7

1      1      1
*PART_INERTIA
$HMNAME COMPS      2Esfera

$      pid      secid      mid      eosid      hgid      grav      adpopt      tmid

```



```

      2      2      2
$      xc      yc      zc      tm      ircs      nodeid
      0.0      0.0      20.0 32.88E-06      0
$      Ixx      Ixy      Ixz      Iyy      Iyz      Izz
      1.315E-03      0.0      0.0 1.315E-03      0.0 1.315E-03
$      Vtx      Vty      Vtz      Vrx      Vry      Vrz
      0.0      0.0 -60000.0      0.0      0.0      0.0
*SECTION_SHELL
$HMNAME PROPS      1Esp_Placa
$$      SECID      ELFORM      SHRF      NIP      PROPT      QR/IRID      ICOMP      SETYP
      1      8      0.83333      5.0      3.0
$$      T1      T2      T3      T4      NLOC      MAREA
      1.6      1.6      1.6      1.6
*SECTION_SHELL
$HMNAME PROPS      2Esp_Esfera
$$      SECID      ELFORM      SHRF      NIP      PROPT      QR/IRID      ICOMP      SETYP
      2      1
$$      T1      T2      T3      T4      NLOC      MAREA
      1.0      1.0      1.0      1.0
*CONTACT_AUTOMATIC_GENERAL_ID
$HMNAME GROUPS      1Contato
$HMCOLOR GROUPS      1      2
$HMFLAG GROUPS SLAVE MASTER
      1
      0      0
*DEFINE_CURVE
$      lcid      sidr      sfa      sfo      offa      offo      dattyp
      1
$
      a1      o1
      0.0      150.0
      100000.0      150.0
*DAMPING_PART_MASS
$      pid      lcid      sf      flag
      1      1
*NODE
$ *****
$ DEFINICAO DOS NOS
$ *****
*ELEMENT_SHELL
$ *****
$ DEFINICAO DOS ELEMENTOS
$ *****
*BOUNDARY_SPC_NODE
$ *****
$ DEFINICAO DAS CONDICAOES DE CONTORNO
$ *****
*END

```

9. Referências Bibliográficas

- [1] Ministere de l'équipement des transports et du logement; *Relatório interim BEA f-sc000725ae*, 2000.
- [2] Liss Joshua, Goldsmith Werner; Plate perforation phenomena due to normal impact by blunt cylinders. *Int J Impact Eng* 1984;2:37-64
- [3] Borvik T, Langseth M, Hopperstad O S, Malo K A; Ballistic penetration of steel plates. *Int J Impact Eng* 1999;22:855-886
- [4] Borvik T, Clausen A H, Eriksson M, Berstad T, Langseth M, Hopperstad O S; Experimental and numerical study on the perforation of AA6005-T6 panels. *Int J Impact Eng* 2005;32:35-64
- [5] Borvik T, Hopperstad O S, Berstad T, Langseth M; Numerical simulation of plugging failure in ballistic penetration. *Int J Impact Eng* 2001;38:6241-6264
- [6] Anderson C E, Bodner S R; Ballistic impact: the status of analytical and numerical modeling. *Int J Impact Eng* 1988;7:9-35
- [7] Camacho G T, Ortiz M; Adaptive lagrangian modelling of ballistic penetration of metallic targets. *Comp Meth. Appl Mech Eng* 1997;142:269-301
- [8] Proença S P B; Introdução a mecânica do dano e fraturamento. 2000
- [9] Simo J C, Hughes T J R; Computational inelasticity. New York : Springer, c1998
- [10] Lemaitre J; A Course on Damage Mechanics, Springer--Verlag, Berlin, 1992.

- [11] Juvinall R C, Marshek K M; Fundamentals of machine component design. New York: John Wiley, c2000
- [12] Johnson G R, Homlquist T J; Test data and computational strength and fracture model constants for 23 materials subjected to large strain, high-strain rates, and high temperatures in Tech. rep. LA-11463-MS, Los Alamos National Laboratory (1989)
- [13] Mines R A W, McKown S; BIRCH, R.S. Impact of aircraft rubber tyre fragments on aluminium alloy plates: I – Experimental Int. J. Impact Engng. 34 (2007) 627-646.
- [14] Karagiozova D, Mines R AW; Impact of aircraft rubber tyre fragments on aluminium alloy plates: II – Numerical simulation using LS-Dyna Int. J. Impact Engng. 34 (2007) 647-667.
- [15] Johnson G R, Cook W H; A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures. Presented at the Seventh International Symposium on Ballistics, The Hague, Netherlands, 1983.
- [16] Lemaitre J; How to Use Damage Mechanics, Nuclear. Eng. Des. 1984, Vol. 80, 233-245.